

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

1. a) (1,5 puntos) Discuta el siguiente sistema de ecuaciones para los distintos valores de a :

$$\left. \begin{array}{l} x - y + z = 1 \\ 2x - 4y + z = 1 \\ x + y + z = a \end{array} \right\}$$

b) (1,5 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 2$.

2. (2 puntos) Represente la región del plano determinada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$

3. (2 puntos) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \ln(e^{-2x} - x)$ en $x = 0$.

4. El 60% de los alumnos de un colegio se apunta a fútbol como actividad extraescolar, el 30% a música y el 25% a ambos tipos de actividades extraescolares, fútbol y música.

- (1,5 puntos) Si un alumno no se apunta a música, ¿Cuál es la probabilidad de que se apunte a fútbol?.
- (1,5 puntos) Obtenga la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar se apunte a fútbol o música.

OPCIÓN B

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3a \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) (2 puntos) Determine su rango en función de a .
- b) (1 punto) Obtenga la matriz inversa para $a = \frac{1}{3}$.

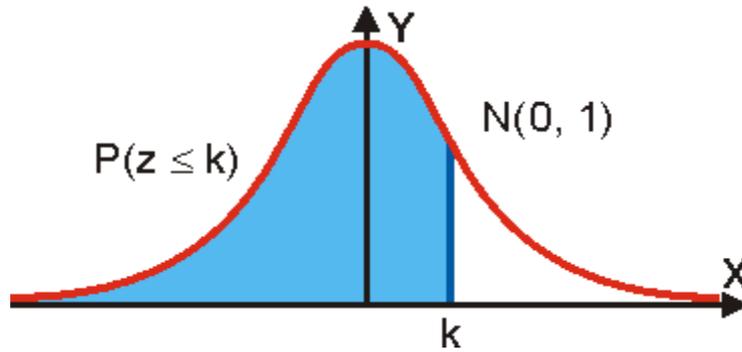
2. (3 puntos) Encuentre los máximos y mínimos, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

3. (2 puntos) En una evento deportivo el 70% de espectadores son varones. Por otro lado, se sabe que el 20% de los varones y el 10% de las mujeres que asisten al evento han conseguido una entrada gratuita en un sorteo.

- a) Si se selecciona un espectador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tuviera un pase gratuito?
- b) Un espectador seleccionado al azar tiene un pase gratuito, ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

4. (2 puntos) El gasto mensual por persona en alimentación sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 50€. De los datos disponibles para una muestra aleatoria de 64 personas se obtiene un gasto medio de 245 euros. Obtenga un intervalo de confianza al 95% para estimar el gasto medio por persona en alimentación

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES Y CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MODELO A

Problema 1

Solución:

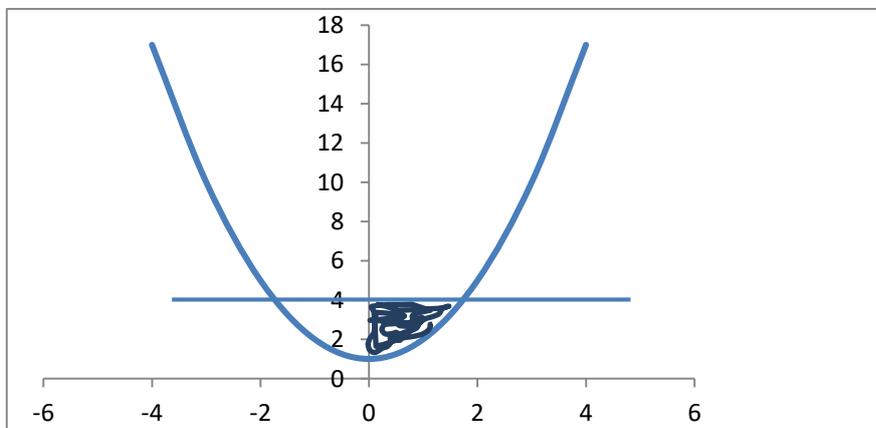
Sistema compatible determinado para cualquier valor de a . Si $a = 2$, $(x; y; z) = (1,5; 0,5; 0)$

Criterios corrección. Discusión del sistema en función de a : 1,5 punto

Obtención de la solución: 1,5 puntos

Problema 2

Solución:



Criterios corrección. Gráficos de las curvas: 1 punto

Localización de la región: 1 punto

Problema 3

Solución: $y = -3x$

Criterios corrección. Fórmula de la recta tangente: 0,5 puntos

Obtención correcta de la recta tangente: 1,5 puntos

Problema 4

Solución:

a) 0,5

b) 0,65

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1,5 puntos

MODELO B

Problema 1

Solución:

$$\text{Si } a \neq 0, Rg(A) = 3. \text{ Si } a = 0, Rg(A) = 2. \text{ Si } a = \frac{1}{3}, A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & -2 & -4 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Criterios corrección. Obtención del determinante: 1 punto
Discusión del rango en función de a : 1 punto
Obtención de la matriz inversa: 1 punto

Problema 2

Solución:

Máximo en $x = -2$ y mínimo en $x = 0$
Decrece en $(-2,0)$. Crece en el resto

Criterios corrección. Obtención de los puntos críticos: 0,5 puntos
Máximo y mínimo: 1 punto
Crecimiento y decrecimiento: 1,5 puntos

Problema 3

Solución: a) 0,17; b) 0,1765

Criterios corrección. Obtención correcta de cada apartado: 1 punto

Problema 4

Solución: (232,75; 257,25)

Criterios corrección. Fórmula correcta: 0,5 pts
Cálculo de $z_{\alpha/2}$: 0,5 pts.
Cálculo correcto: 1 pts